

RESIGNIFICACIÓN DE LO PERIÓDICO EN UN AMBIENTE TECNOLÓGICO

Iván López-Flores, Cristy Cantú, Eduardo Canul, Andrés Chí, Francisco Flores, Giovani Pastor
Universidad Autónoma de Guerrero México

ccantu@cimateuagro.org, ecanul@cimateuagro.org

Campo de investigación: Tecnología Avanzada

Nivel: Superior

Resumen. En este documento presentamos los resultados que obtuvimos al poner en práctica, en condiciones experimentales, una situación de enseñanza en un ambiente tecnológico basado en la epistemología sugerida por Buendía (2004). Mediante la componente tecnológica se pretende que los estudiantes establezcan un puente sólido entre un particular fenómeno repetitivo y su gráfica. El diseño siguió la metodología de Suárez, Carrillo y López-Flores (2005) aplicado a estudiantes de nivel superior. Obtuvimos evidencias de que los alumnos tendieron un puente entre una situación de movimiento y su gráfica generada por la simulación hecha con la calculadora, y que la situación planteada permitió que la predicción se constituyera como un argumento para resignificar lo periódico.

Palabras clave: tecnología, resignificación, predicción, periodicidad

Introducción

Investigaciones realizadas en Matemática Educativa (ME), reportan que los estudiantes muestran dificultades cuando se les enseña el concepto de periodicidad, debido a que únicamente se presenta una simple definición algorítmica dejando a un lado aspectos relevantes del mismo (Buendía, 2004; Shama, 1998 citado en Cordero y Martínez, 2002). En específico, Buendía (2004) señala que en los libros destinados a los cursos de matemáticas, *una función es periódica si existe una t , tal que para toda x en el dominio de la función, $f(x+t)=f(x)$* y aceptando si acaso la existencia, en algunos textos, de objetos matemáticos llamados “funciones/gráficas cuasiperiódicas”; es decir, funciones o fenómenos físicos que presentan algunas cualidades de la periodicidad.

Por su parte, Shama (1998) (citado en Cordero y Martínez, 2002), reporta que los estudiantes sólo tienen un entendimiento del concepto de periodicidad en un nivel de proceso, y no necesariamente alcanzan el nivel de objeto. Como consecuencia relacionan fenómenos no periódicos como periódicos, y tienden a identificar periodos de un fenómeno periódico en forma incorrecta. De acuerdo con Cordero y Martínez (2002), las razones por la que los estudiantes no alcanzan el concepto de periodicidad en un nivel de objeto son diversas: los estudiantes transfieren las propiedades del proceso, o sea, tienden a relacionar el producto de un procedimiento periódico como periódico, y relacionan un fenómeno periódico que resulta de la repetición de un algoritmo o patrón periódico.

1661

Dados estos argumentos acerca del tratamiento y las concepciones del concepto de periodicidad, resulta de interés identificar qué argumentos sobre lo periódico logran construir los estudiantes, con la ayuda de herramientas o elementos diferentes a los que tradicionalmente se utilizan en el aula.

Antecedentes y objetivo

Los enfoques en la enseñanza de la matemática son muy diversos, podemos encontrar desde la clase basada en la forma axiomática, hasta las clases que introducen aspectos tecnológicos como una herramienta que contribuye y es puente para apropiarse de ciertos conceptos matemáticos. En el primero de los casos, algunas investigaciones muestran que el tipo de conocimiento que se enseña a los estudiantes son una mera algoritmización de los procesos y una memorización de las definiciones de los objetos matemáticos, tal es el caso de Amit y Vinner (1990); Oaks (1987, 1988, 1990); Schoenfeld (1985); Hiebert y Lefevre (1986) (citados en Moreno y Cuevas, 2004), quienes señalan que uno de los problemas más grandes que confronta la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles educativos es que, usualmente se enseña con una fuerte carga operativa en deterioro de la parte conceptual. En el segundo caso, existen estudios que muestran evidencia de que los estudiantes logran construir diversos tipos de argumentos, que no se logran en una clase tradicional, basados en las gráficas que obtienen de la modelación de un fenómeno en un ambiente de tecnología, por ejemplo, Arrieta (2003).

Buendía (2006) reporta una epistemología de prácticas, que trata de dar cuenta de la relación predicción-periodicidad y cómo se pone en marcha en contextos interactivos para lograr una reconstrucción situacional del aspecto periódico de las funciones. De esta manera, se propone una epistemología (en realidad una socioepistemología) de lo periódico que asume a las prácticas sociales como medios para generar conocimiento. La práctica de predecir es piedra angular de esta investigación, es decir, la predicción ayuda a construir argumentos sobre la periodicidad.

Kynigos & Gavriliis (2006), reportan que los estudiantes pueden comprender el concepto de covariación periódica o el cambio periódico con base en las construcciones y las sucesivas abstracciones que puedan hacer al interaccionar con la tecnología. En este estudio se presenta un diseño con diversos registros de representación basados en la relación discreta $y = 200\sin(\pi/2)$.

Sin embargo, no se toman en cuenta los aspectos ligados a la propiedad periódica, es decir, las prácticas a las que estuvo ligada históricamente, ni las dificultades y fenómenos, en especial los de corte didáctico que emanan de él.

Al igual que Buendía (2006), ponemos a prueba la relación predicción-periodicidad, pero creemos que la incorporación de la tecnología, como lo presentan Arrieta (2003); Kynigos & Gavrilis (2006), será un medio para que los alumnos construyan argumentos que no se logran en una clase sin tecnología. De manera, que nos interesó el uso de la tecnología y el hecho de que la predicción es un elemento fundamental para la construcción de lo periódico. Para lo cual, propusimos un diseño alternativo, utilizando tecnología, con la intención de resignificar lo periódico. El cual se aplicó a estudiantes universitarios.

Fundamento Teórico

Nuestro marco teórico está ligado a la tesis que sostiene que la predicción es un argumento para construir lo periódico (Buendía, 2004), y en la caracterización de la resignificación planteada en Rosado (2004). La epistemología planteada en Buendía (2004) se encuentra dentro de la aproximación socioepistemológica a la investigación en Matemática Educativa. Esta aproximación pone al centro de la discusión la noción de práctica social, y ello representa una ampliación de la problemática de estudio de la ME, se dirige la atención ya no a la matemática misma (al objeto matemático), sino que pone en un primer plano la actividad de los seres humanos, así como la razón de ser de esa actividad (López, 2005). Por otra parte, considera dentro de sus estudios el análisis sistémico de lo que se ha llamado las cuatro dimensiones de las que se compone la construcción del conocimiento, las dimensiones: epistemológica, social, cognitiva y didáctica. Al resultado de la conjunción de estas cuatro dimensiones, se le ha llamado aproximación socioepistemológica (Cantoral y Farfán, 1998; Cantoral, 2000; Cordero, 2001).

Es en este marco de una “epistemología de prácticas” en que se inserta el presente trabajo. Entre los aspectos retomados de Buendía (2004), se resaltan fundamentalmente a la predicción como un argumento en la construcción de lo periódico. Al predecir el comportamiento del móvil a través de su gráfica tiempo-distancia, existe una búsqueda de alguna *unidad fundamental* para comparar estados futuros con el estado presente. La unidad de análisis tendrá que ser tal que en sí misma

contenga, de algún modo, información del todo y depende totalmente del tipo de repetición que presente la gráfica (ver figura 1). Es más, esta unidad de análisis adquiere también la característica de *una relación dialéctica entre análisis de tipo local y global* para que lo periódico del movimiento sea relevante.

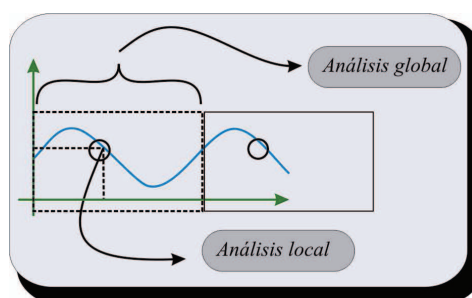


Figura 1. Dualidad Análisis local-global

Así, para este trabajo, *lo periódico* significará algo más que la definición de la periodicidad, se asumirá como lo que el estudiante construye cuando ante situaciones específicas (situaciones de movimiento repetitivo, gráficas periódicas o cuasiperiódicas), pone en funcionamiento *argumentos fundamentales* (análisis específicos, como son la unidad de análisis y la relación dialéctica entre tipos de análisis global y local) construidas a la luz de una necesidad: la de predecir como una acción intencional, es decir, cuando usa a la predicción como un argumento para la construcción de significados.

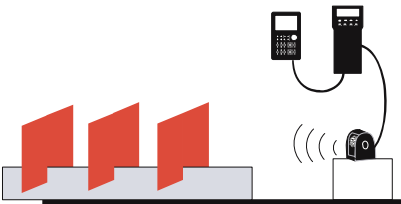

El término resignificación, de acuerdo con Rosado (2004), es el uso del conocimiento en la situación donde se debate entre su función y su forma de acorde con lo que organiza el grupo humano.

Metodología

En el diseño, se incorporan elementos de tipo tecnológico empleados en Suárez, Carrillo y López-Flores (2005), tal es el caso de los sensores de movimiento, los transductores y las calculadoras con capacidad gráfica. Con la introducción de la componente tecnológica, *se busca que los estudiantes puedan tender un puente sólido entre un particular fenómeno y la gráfica que genera éste en una calculadora*. Sostenemos que este puente será una herramienta importante cuando

aparezcan dentro de la situación, elementos que necesariamente involucren a *la predicción* como argumento para construir *lo periódico*.

El diseño consta de 3 actividades, las hemos llamado “*las fichas de Dominó*”, “*la piñata*” y “*el balancín*”, las cuales se presentan en la tabla 1.

<p>Actividad 1. Las fichas de dominó. Las superficies rojas simulan fichas de dominó, cada una de ellas cae cada 3 segundos.</p>	
<ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Cómo sería la gráfica que se generaría en este caso? Proponga una gráfica y discuta ampliamente. 2. Use el sensor y la calculadora para generar una gráfica tomando los datos de la simulación de la situación. ¿Cuáles de sus suposiciones se cumplieron? ¿Se parece su gráfica a la que proporciona la calculadora? ¿Cómo podría ajustarla? 3. Si suponemos que la fila de fichas es muy grande y que el proceso en que son eliminadas continúa, ¿Qué distancia medirá el sensor a los 400 segundos? 	
<p>Actividad 2. La piñata. Se tiene una piñata en la situación que se presenta y se pretende construir una gráfica que describa la altura de la piñata a medida que pasa el tiempo, la piñata será, en esta situación, llevada hasta la parte más alta con movimientos pausados y continuos.</p>	
<ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Cómo sería la gráfica que se generaría en este caso? Proponga una gráfica y discuta ampliamente. 2. Use el sensor y la calculadora para generar una gráfica tomando los datos de la simulación de la situación. ¿Cuáles de sus suposiciones se cumplieron? ¿Se parece su gráfica a la que proporciona la calculadora? 3. Supongamos ahora que el techo es muy alto, digamos unos 100 metros y que la piñata está en el suelo cuando empezamos a subirla. Diseñe un método para saber donde se va a encontrar la piñata después de 20 segundos, usando la gráfica 	

Actividad 3. El balancín. Se tiene un balancín, en la situación que se presenta, éste repite su movimiento de sube y baja usando el mismo tiempo cada vez.

1. ¿Cómo sería la gráfica que se generaría en este caso?
Proponga una gráfica y discuta ampliamente.
2. Use el sensor y la calculadora para generar una gráfica tomando los datos de la reproducción de la situación.
¿Cuáles de sus suposiciones se cumplieron? ¿Se parece su gráfica a la que proporciona la calculadora?
3. ¿A qué altura se encontrará el balancín (superficie roja) dentro de 2 minutos?

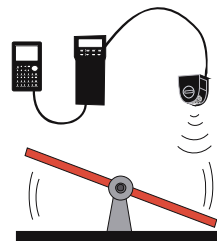


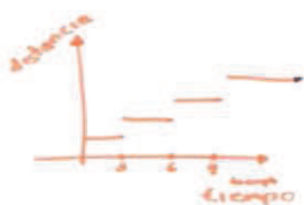
Tabla 1: Actividades del diseño

Las actividades anteriores fueron planteadas en dos sentidos. El primero enfatiza la idea primaria de la epistemología de lo periódico: la predicción como el argumento que permite construirlo. Una limitante del diseño es que sólo da cuenta de la cuasiperiodicidad “rígida”, no retoma las “contracciones” de la unidad de análisis. De este modo, una de las componentes incorporadas que hace relevante el diseño, es el hecho que dota a la cuasiperiodicidad del estatus de herramienta predictiva. El segundo, no menos importante, permiten romper con las concepciones que se identifican en los estudios de corte cognitivo y didáctico sobre la periodicidad: las gráficas que se generan tienen poca (salvo la tercera) relación con la gráfica de la función seno, así como permite hablar de la periodicidad de gráficas no continuas (aunque los sensores, en el caso de las fichas de dominó, unen los extremos de los segmentos).

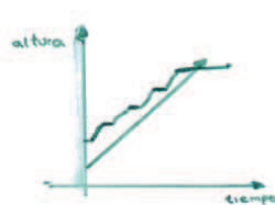
Para la puesta en escena se trabajó con cinco estudiantes (dos de maestría, dos de licenciatura, uno de ingeniería) de un laboratorio tecnológico, presentado en la XI Escuela de Invierno en Matemática Educativa en diciembre de 2007. Se usaron 4 calculadoras con capacidad gráfica (Casio Classpad 300), cuatro transductores (componente tecnológico que convierte una señal analógica en una digital, le provee a la calculadora las listas de tiempos y distancias medidas) y cuatro sensores de movimiento. Para las actividades se presentaron los respectivos mecanismos que simulaban cada situación.

Resultados

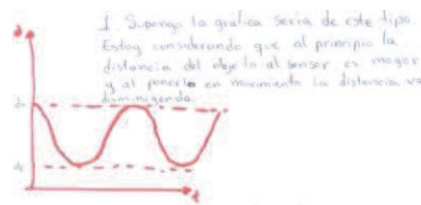
El análisis de las respuestas proporcionadas por los estudiantes, lo realizamos de acuerdo a las tres preguntas planteadas en las actividades. Así, en las respuestas a la pregunta 1, los estudiantes construyeron sus bosquejos gráficos en relación al movimiento que representa la situación. Los cuales presentamos a continuación.



Las fichas de dominó

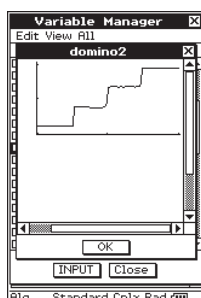


La piñata

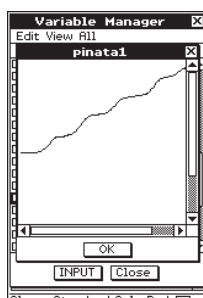


El balancín

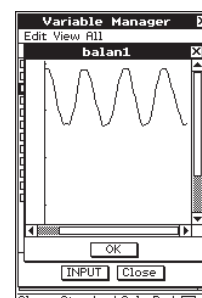
Respecto a la pregunta 2, donde se realizó la simulación de la situación, los estudiantes obtuvieron las siguientes gráficas proporcionadas por la calculadora graficadora.



Las fichas de dominó



La piñata



El balancín

Notamos que los bosquejos gráficos de los estudiantes fueron similares a las gráficas obtenidas en la calculadora, en las actividades 1 y 3. En el caso de la actividad 2, observamos que un alumno, en primera instancia presentó una gráfica lineal, la cual fue modificada al hacer el contraste con la proporcionada con la calculadora.

En la pregunta 3, identificamos que los estudiantes pudieron establecer un “puente” entre la situación y la gráfica generada por la calculadora graficadora, ya que recurrieron a dicha gráfica para encontrar datos específicos y poder responder. La intención principal de esta última pregunta fue con fines predictivos. Por ejemplo, en la actividad 2 observamos que algunos estudiantes

realizaron un análisis tanto global como local, lo que suponemos conllevó a la búsqueda de una unidad de análisis como lo muestra la figura 2.

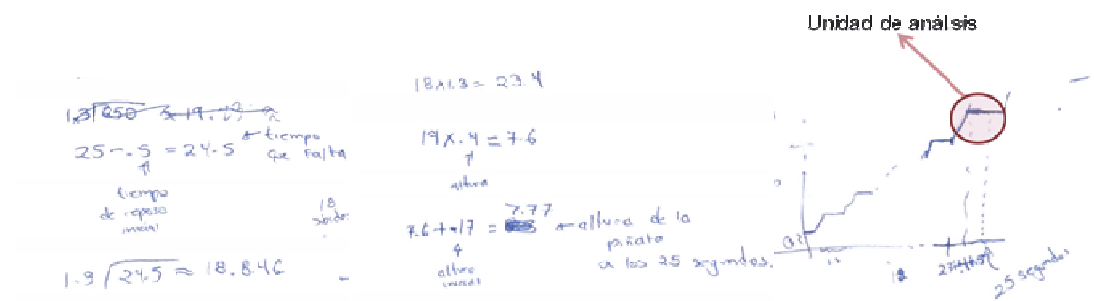


Figura 2. Búsqueda de la unidad de análisis en los estudiantes

Conclusiones

Con el trabajo realizado, podemos concluir que la incorporación de los elementos tecnológicos junto con la forma particular de trabajo, mostró que fue posible que los estudiantes tendieran un puente entre una situación de movimiento específica y su equivalente en la gráfica, generada por la simulación hecha con la calculadora y los sensores. Sobre la epistemología planteada en Buendía (2004), se encontró evidencia para afirmar que los participantes identificaron una unidad de análisis, que implicó una relación dialéctica entre su análisis global y local. Lo que les permitió construir, de manera adecuada, el procedimiento esperado para poder predecir. Es decir, el diseño planteado permitió que la predicción se constituyera como un argumento para resignificar lo periódico.

Referencias bibliográficas

- Arrieta, J. (2003). *Las practicas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis doctoral no publicada, Departamento de matemática educativa, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional.
- Buendía, G. (2004). *Una epistemología del aspecto periódico de las funciones en un marco de prácticas sociales (Un estudio socioepistemológico)*. Tesis Doctoral no publicada, Departamento

de Matemática Educativa, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional.

Buendía, G. (2006). Una socioepistemología de lo periódico de las funciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 9(2), 227-251.

Cantoral, R. y Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Épsilon* 14(3), 353 – 369.

Cantoral, R. (Coord. y Ed.) (2000). *The future of calculus-El futuro del cálculo infinitesimal*. ICME 8-Sevilla España. Grupo Editorial Iberoamérica.

Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del Cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 4(2), 103-128.

Cordero, F. y Martínez, E. (2002). El comportamiento periódico de una función como un argumento contextual. La manifestación del movimiento fuera del instante. En C. Crespo Crespo (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 15(pp. 55-60). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa AC.

Kynigos, C. & Gavrilis, K. (2006). Constructing a sinusoidal periodic covariation. *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* 4, 9-16.

López-Flores, J. (2005). *La Socioepistemología. Un estudio sobre su racionalidad*. Tesis de Maestría no publicada. Departamento de Matemática Educativa, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional.

Moreno, S. y Cuevas, C. (2004). Interpretaciones erróneas sobre los conceptos de máximos y mínimos en el cálculo diferencial. *Educación Matemática* 16(2), 93-104.

Rosado, P. (2004). *Una resignificación de la derivada. El caso de la linealidad del polinomio en la aproximación socioepistemológica*. Tesis de Maestría no publicada. Departamento de Matemática Educativa, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional.

Suárez, L., Carrillo, C. y López-Flores, J. (2005). Diseño de gráficas a partir de actividades de modelación. En J. Lezama, M. Sánchez y J. Molina (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 18 (pp. 405-410). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa AC.